LE LAIT

REVUE GÉNÉRALE DES QUESTIONS LAITIÈRES

SOMMAIRE

Mémoires originaux :

- J. PIEN. — Les bases théoriques et l'expression correcte de la formule de Fleischmann (*fin*) 241
- N. KING. — Aspects scientifiques de la fabrication continue du beurre (*fin*) 252
- G. CHENEVAL. — Méthode d'analyse des laits barattés et coagulés 265

REVUE :

- G. GÉNIN. — L'industrie laitière dans le monde. 275

Bibliographie analytique :

- 1^o Les livres 283
- 2^o Journaux, Revues, Sociétés savantes 293
- 3^o Brevets 336

Bulletin bibliographique :

- 1^o Les livres 339
- 2^o Journaux, Revues, Sociétés savantes 339
- 3^o Brevets 350

Documents et informations :

- M. BEAU. — La situation laitière 352
- L. M. HAMEL. — Un peu de l'histoire du Camembert 354
- Réduction du nombre de vaches laitières dans le monde 363
- L'industrie laitière en Egypte 363
- Le beurre de sérum 364
- Intoxication alimentaire en Grande-Bretagne 365
- Ce que les Danois pensent de leur industrie laitière et de celle des autres pays 365
- Nouvelle réglementation suédoise des produits alimentaires 366
- Réunion annuelle des Services Vétérinaires. 367
- Foire Internationale de Leipzig 1953 367
- Salon de l'Equipeement des Industries de l'Alimentation et des Commerces de l'Alimentation 368
- Erratum. 368

MÉMOIRES ORIGINAUX (1)

LES BASES THÉORIQUES ET L'EXPRESSION CORRECTE DE LA FORMULE DE FLEISCHMANN

par

JEAN PIEN

(*fin*)

PREMIÈRE FORMULE DE FLEISCHMANN CORRIGÉE

L'équation (5) est l'expression la plus générale de cette formule. Donnons maintenant les valeurs pratiques réelles des paramètres a et b .

(1) Reproduction interdite sans indication de source.

Rappelons que :

$$a = 1 - \frac{m_t}{m'_t} \text{ et } b = 1 - \frac{m_t}{m''_t}$$

Les termes m_t , m'_t , m''_t , représentent les masses spécifiques ou densités absolues de l'eau, de la matière grasse, de l'extrait sec non gras à t° C.

Cas de l'eau.

La masse spécifique de l'eau pure (en grammes par centimètre cube) donnée par les tables vaut à :

$$4^\circ = 0,999973 (= m_4)$$

$$15^\circ = 0,999099 (= m_{15})$$

$$20^\circ = 0,998205 (= m_{20})$$

Cas de la matière grasse.

Nous avons dit plus haut que $m'_t = D'_t \times m_t$ (D'_t étant la densité relative de la matière grasse telle qu'elle résulte des déterminations pratiques).

Cette valeur de D'_t est controversée. Pour FLEISCHMANN $D'_{15} = 0,930$. Nous avons antérieurement donné les valeurs trouvées par différents auteurs (KÖNIG, BELL, BOUCART, KLING, HARAN, PIERRE, HINARD, DEMICHEL, etc.). Ces valeurs varient de 0,910 à 0,950 à 15° C. (1). Nous avons également démontré par des déterminations pratiques sur de la matière grasse pure de lait *n'ayant pas subi la fermentation lactique* que le chiffre le plus exact paraissait être 0,915 à 15° . (La plupart des auteurs ont travaillé sur de la matière grasse extraite du beurre, c'est-à-dire modifiée par la fermentation lactique et d'une densité relative toujours plus élevée, donc inexacte dans le cas du lait frais.) Nous proposons donc de conserver $D'_{15} = 0,915$ pour la matière grasse du lait.

D'autre part nous avons calculé le coefficient et le binôme de dilatation de la matière grasse pure du lait, ce qui nous permet de passer par exemple de D'_{15} à D'_{20} . Nous aboutissons finalement à :

$$D'_{15} = 0,915$$

$$D'_{20} = 0,912$$

(1) *Loc. cit.*

d'où nous déduisons :

$$m'_{15} = 0,915 \times m_{15} = 0,915 \times 0,999099 = 0,914$$

$$m'_{20} = 0,912 \times m_{20} = 0,912 \times 0,998205 = 0,910$$

Cas de l'extrait sec non gras.

Nous avons dit plus haut que $m''_t = D''_t \times m_t$ (D''_t étant la densité relative de l'extrait sec non gras telle qu'elle résulte des déterminations pratiques).

Cette densité relative de l'extrait sec non gras est approximativement égale, de l'avis de plusieurs auteurs, à 1,600. C'est la valeur adoptée par FLEISCHMANN et c'est aussi celle que nous avons retrouvée expérimentalement (1). Elle est extrêmement peu influencée par la température, de sorte que l'on peut écrire :

$$D''_{15} = D''_{20} = 1,600$$

d'où nous déduisons :

$$m''_{15} = 1,600 \times m_{15} = 1,600 \times 0,999099 = 1,598$$

$$m''_{20} = 1,600 \times m_{20} = 1,600 \times 0,998205 = 1,597$$

Calcul des paramètres a et b .

Nous pouvons maintenant écrire, pour la température de 15° C. :

$$a = 1 - \frac{m_t}{m'_t} = 1 - \frac{0,999099}{0,914} = 1 - 1,0931 = -0,0931$$

$$b = 1 - \frac{m_t}{m''_t} = 1 - \frac{0,999099}{1,598} = 1 - 0,6252 = 0,3748$$

d'où nous tirons :

$$\frac{1}{b} = 2,6680 \quad \frac{b-a}{b} = 1,248$$

De même, à 20° C. nous aurions :

$$a = 1 - \frac{0,998205}{0,910} = 1 - 1,0969 = -0,0969$$

$$b = 1 - \frac{0,998205}{1,597} = 1 - 0,6250 = 0,375$$

d'où nous tirons :

$$\frac{1}{b} = 2,6666$$

(1) *Lac. cit.*

$$\frac{b-a}{b} = 1,258$$

Portons ces valeurs dans la formule générale (5).

Nous aurons :

1° A 15° C. :

$$E_{15} = 1000,027 \times 0,999099 \times 2,668 \left(D_{15} - 1 \right) + 1,248 B_{15}$$

$$E_{15} = 2.665,6 \left(D_{15} - 1 \right) + 1,248 B_{15} \quad (6)$$

Dans cette formule :

E_{15} représente l'extrait sec total en grammes au litre de lait à 15° C.

D_{15} représente la densité relative du lait à 15° C.

B_{15} représente la teneur en matière grasse en grammes au litre de lait à 15° C.

2° A 20° C. :

$$E_{20} = 1000,027 \times 0,998205 \times 2,6666 \left(D_{20} - 1 \right) + 1,258 B_{20}$$

$$E_{20} = 2.661,9 \left(D_{20} - 1 \right) + 1,258 B_{20} \quad (7)$$

où les lettres représentent les mêmes valeurs que ci-dessus, mais considérées ou obtenues dans un lait à 20° C.

Les équations (6) et (7) représentent les expressions les plus correctes de la formule de Fleischmann n° 1 (c'est-à-dire celle qui donne l'extrait total *au litre* connaissant la matière grasse *au litre*).

Comparaison entre la formule initiale et la formule corrigée

Rappelons que la formule de Fleischmann (n° 1) s'exprimait de la manière suivante à l'origine :

$$E_{15} = 2.665 \left(D_{15} - 1 \right) + 1,2 B \quad (8)$$

Cette formule devrait être appliquée à 15°.

Comparons-en le résultat avec celui de la formule corrigée (6) pour 15° C.

$\frac{D_{15}}{15}$	Matière grasse p. litre	Formule initiale (8)	Formule corrigée (6)	Ecart
1,0320	34,0	E = 126,08	E = 127,73	1,65
1,0310	35,0	E = 124,61	E = 126,31	1,70
1,0330	30,0	E = 123,94	E = 125,40	1,46
1,0314	33,0	E = 123,28	E = 124,88	1,60

Comme on le voit, la différence essentielle entre les deux formules porte sur le coefficient de la matière grasse (1,248 au lieu de 1,20) ce qui entraîne, entre les résultats pour l'extrait sec, des écarts à peu près proportionnels au taux de matière grasse (0,048 B soit environ le 1/20^e du chiffre de la matière grasse).

Remarques. — 1^o Que se passerait-il si l'on avait conservé, pour la densité relative de la matière grasse du lait, le chiffre de Fleischmann (0,930 à 15^o) ?

On aurait eu :

$$m'_{15} = 0,930 \times 0,999099 = 0,929$$

d'où $a = -0,0754$ (b reste inchangé).

En portant ces valeurs dans l'équation (5) on aboutirait à :

$$E_{15} = 2.665,6 \left(\frac{D_{15}}{15} - 1 \right) + 1,201 B_{15} \quad (9)$$

c'est-à-dire une formule extrêmement voisine de la formule initiale de Fleischmann (8). Pour un lait de densité relative 1,032 à 15^o, renfermant 34 grammes de matière grasse au litre on aurait :

En appliquant la formule (9) : E = 126,13.

En appliquant la formule de Fleischman (8) : E = 126,08.

Cette différence est insignifiante et l'on peut conclure que, dans l'hypothèse où la densité relative de la matière grasse du lait admise par FLEISCHMANN (0,930 à 15^o) serait conservée, les modifications entraînées par la seule prise en considération rigoureuse des unités de mesures officielles, sont pratiquement négligeables et les calculs basés sur la formule initiale de Fleischmann restent utilisables pratiquement.

En revanche, si l'on adopte pour cette densité relative de la matière grasse à 15^o la valeur 0,915 que nous avons déterminée et que nous croyons plus exacte, la formule de Fleischmann (n^o 1) doit être modifiée et devenir la formule (6) pour la température de 15^o C. et la formule (7) pour la température de 20^o C. ; les écarts

étant de 1,5 à 1,7 sur l'extrait sec calculé, pour des laits de 30 à 35 grammes de matière grasse au litre, entre la formule (6) et la formule de Fleischmann initiale.

2° Quelle formule faut-il utiliser si toutes les déterminations analytiques (y compris la densité relative) sont effectuées à 20° C. ?

Il ne faut pas perdre de vue que la formule de Fleischmann avait été établie pour la température de 15° C. Elle n'est pas utilisable à 20°. Il faut la modifier.

Là encore nous allons faire deux hypothèses :

a) On prend pour la densité relative de la matière grasse du lait le chiffre de Fleischmann : 0,930 à 15°, c'est-à-dire (en appliquant le binôme de dilatation de la matière grasse) 0,9263 à 20° C.

Dans ce cas nous avons :

$$m'_{20} = 0,9263 \times m_{20} = 0,9263 \times 0,998205 = 0,9246$$

D'où :

$$a = 1 - \frac{m_{20}}{m'_{20}} = 1 - \frac{0,998205}{0,9246} = -0,0796$$

$$b = 1 - \frac{m_{20}}{m''_{20}} = 1 - \frac{0,998205}{1,597} = 0,375$$

En portant ces valeurs dans l'équation (5) on aboutit à :

$$E_{20} = 2.661,9 (D_{20} - 1) + 1,212 B_{20} \quad (10)$$

c'est-à-dire à une formule un peu différente de la formule initiale de Fleischmann (8). Si, pour des déterminations analytiques (densité relative comprise) obtenues à 20° C. on utilisait la formule initiale de Fleischmann (8) valable pour 15° C., on commettrait l'erreur suivante, sur un lait de densité relative 1,032 à 20° C. renfermant 34 grammes de matière grasse au litre à 20° C. :

En appliquant la formule (10) : $E = 126,37$;

En appliquant la formule de Fleischmann (8) : $E = 126,08$.

Soit un écart en moins de 0 gr. 29 au litre.

b) On prend pour la densité relative de la matière grasse du lait le chiffre que nous avons déterminé expérimentalement : 0,915 à 15° C. c'est-à-dire 0,912 à 20° C. Nous aboutissons, comme il a été montré plus haut, à la formule (7) :

$$E_{20} = 2.661,9 (D_{20} - 1) + 1,258 B_{20}$$

laquelle, pour un lait de densité relative 1,032 à 20° C. et renfer-

mant 34 grammes de matière grasse à cette température, donne $E_{20} = 127,95$.

Si, au lieu de prendre cette formule (7) valable pour 20° C., on prenait à tort la formule (6) établie pour 15° C. — pour ce même lait présentant les caractéristiques indiquées à 20° C. — on trouverait un extrait sec de 127,73, soit une erreur, en moins, de 0 gr. 22 par litre.

* * *

THÉORIE DE LA FORMULE DE FLEISCHMANN « AU KILO »

Tout ce qui vient d'être dit concerne la formule de Fleischmann « au litre » c'est-à-dire donnant l'extrait sec au litre de lait connaissant la teneur en matière grasse au litre de ce lait et sa densité relative.

Les formules indiquées ne sont pas applicables pour calculer l'extrait sec au kilogramme, connaissant la matière grasse au kilogramme. Mais il est facile de passer de la formule générale « au litre » à la formule « au kilo ».

Appelons :

E_{Lt} = l'extrait sec total en grammes au litre de lait à t° C.

E_{Kt} = l'extrait sec total en grammes au kilo de lait à t° C.

Nous pouvons écrire :

$$E_{Kt} = E_{Lt} \times \frac{1.000 \text{ grammes}}{\text{masse d'un litre de lait (en grammes) à } t^{\circ} \text{ C.}}$$

Le problème revient donc à calculer la masse du litre de lait. Reprenons la définition de la densité absolue :

$$\text{Densité absolue} = \frac{\text{masse de } 1 \text{ dm}^3}{1 \text{ dm}^3} \text{ ou } \frac{\text{masse de } 1 \text{ cm}^3}{1 \text{ cm}^3}$$

D'où : masse de 1 cm^3 = densité absolue $\times 1 \text{ cm}^3$.

Mais la densité absolue vaut (voir plus haut) : densité relative $\times m_t$ (m_t étant la masse spécifique de l'eau à t° C. exprimée en g/cm^3).

Donc :

$$\begin{aligned} \text{masse de } 1 \text{ cm}^3 \text{ de lait à } t^{\circ} \text{ C.} &= \text{densité relative du lait à } t^{\circ} \text{ C.} \times m_t \times 1 \\ \text{masse de } 1 \text{ dm}^3 \text{ de lait à } t^{\circ} \text{ C.} &= 1000 \times D_t \times m_t \end{aligned}$$

Nous savons également que : 1 litre = 1,000 027 dm^3 ou $1 \text{ dm}^3 = 0,999973$ litre.

Donc :

$$\text{masse de } 0,999973 \text{ litre} = 1000 \times \frac{D_t}{t} \times m_t$$

Enfin :

$$\text{masse de 1 litre de lait à } t^{\circ} \text{ C.} = \frac{1000}{0,999973} \times \frac{D_t}{t} \times m_t \text{ en gramme}$$

En portant cette valeur dans l'expression de E_K il vient :

$$E_{Kt} = E_{Lt} \times \frac{0,999973}{m_t \times \frac{D_t}{t}}$$

Or l'expression générale de E_{Lt} est donnée par la formule (5). Nous pouvons donc introduire cette valeur dans l'expression précédente :

$$E_{Kt} = \frac{0,999973}{m_t \times \frac{D_t}{t}} \times 1000,027 m_t \times \frac{1}{b} (D_t - 1) + \frac{0,999973}{m_t \times \frac{D_t}{t}} \times \frac{b-a}{b} \times B_t$$

Or B_t = matière grasse en grammes par litre de lait à $t^{\circ} \text{ C.}$

Ici, nous avons besoin de la teneur en matière grasse par kilogramme de lait (B_{Kt}). Par analogie avec l'expression de l'extrait sec au kilogramme en fonction de l'extrait sec au litre, nous pouvons écrire :

$$B_{Kt} = B_{Lt} \times \frac{0,999973}{m_t \times \frac{D_t}{t}}$$

D'où il résulte :

$$E_{Kt} = \frac{0,999973 \times 1000,027}{\frac{D_t}{t}} \times \frac{1}{b} (D_t - 1) + \frac{b-a}{b} \times B_{Kt}$$

$$E_{Kt} = \frac{1000}{\frac{D_t}{t}} \times \frac{1}{b} (D_t - 1) + \frac{b-a}{b} \times B_{Kt}$$

$$E_{Kt} = \frac{1000}{b} \left(\frac{D_t - 1}{\frac{D_t}{t}} \right) + \frac{b-a}{b} B_{Kt} \quad (5 \text{ bis})$$

Telle est la formule générale qui donne l'extrait sec au kilogramme de lait à $t^{\circ} \text{ C.}$ connaissant la densité relative à $t^{\circ} \text{ C.}$ et la teneur en matière grasse au kilogramme à $t^{\circ} \text{ C.}$ C'est l'expression la plus générale de la formule n° 2 de Fleischmann.

* *

DEUXIÈME FORMULE DE FLEISCHMANN CORRIGÉE

Rappelons d'abord que la deuxième formule de Fleischmann initiale (« au kilo ») a pour expression :

$$E_{K15} = 2.665 \left(\frac{D_{15} - 1}{\frac{15}{D_{15}}} \right) + 1,2 B_{K15} \quad (8 \text{ bis}).$$

Cette formule n'est valable que pour la température de 15° C.

Exprimons maintenant la formule générale « au kilo » (5 bis) en donnant aux paramètres a et b les valeurs pratiques antérieurement calculées dans les différentes hypothèses et pour les températures de 15° C. et 20° C.

Première hypothèse.

Prenons, pour la densité relative de la matière grasse du lait, la valeur de 0,930 à 15° C. adoptée par FLEISCHMANN. Il vient :

a) Pour 15° C. :

$$a = -0,0754$$

$$b = 0,3748$$

$$\frac{1}{b} = 2,6680$$

$$\frac{b-a}{b} = 1,201$$

Finalement (en portant ces valeurs dans l'équation 5 bis) :

$$E_K = 2.668,0 \left(\frac{D - 1}{D} \right) + 1,201 B_K \quad (9 \text{ bis})$$

b) Pour 20° C.

$$a = -0,0796$$

$$b = 0,375$$

$$\frac{1}{b} = 2,6666$$

$$\frac{b-a}{b} = 1,212$$

Finalement (en portant ces valeurs dans l'équation 5 bis) :

$$E_K = 2.666,6 \left(\frac{D - 1}{D} \right) + 1,212 B_K \quad (10 \text{ bis})$$

Ce sont là les expressions *correctes* de la formule de Fleischmann n° 2.

2. Deuxième hypothèse.

Si l'on prend pour densité relative de la matière grasse du lait les valeurs qui résultent de nos déterminations (0,915 à 15° C. et 0,912 à 20° C.) on aboutit à de nouvelles formules qui sont les suivantes :

a) Pour 15° C.

$$a = -0,0931$$

$$b = 0,3748$$

$$\frac{1}{b} = 2,6680$$

$$\frac{b-a}{b} = 1,248$$

Finalement (en portant ces valeurs dans l'équation 5 bis) :

$$E_K = 2.668,0 \left(\frac{D-1}{D} \right) + 1,248 B_K \quad (6 \text{ bis})$$

b) Pour 20° C.

$$a = -0,0969$$

$$b = 0,375$$

$$\frac{1}{b} = 2,6666$$

$$\frac{b-a}{b} = 1,258$$

Finalement (en portant ces valeurs dans l'équation 5 bis) :

$$E_K = 2.666,6 \left(\frac{D-1}{D} \right) + 1,258 B_K \quad (7 \text{ bis})$$

*
* *

Résumé

1° Les formules de Fleischmann initiales ont pour expression :

Première formule (« au litre ») :

$$E_{L15} = 2.665 (D_{15} - 1) + 1,2 B_{L15} \quad (8)$$

Deuxième formule (« au kilo ») :

$$E_{K15} = 2.665 \left(\frac{D_{15} - 1}{D_{15}} \right) + 1,2 B_{K15} \quad (8 \text{ bis})$$

Elles ne sont valables que pour la température de 15° C. et sont basées sur une densité relative de la matière grasse du lait de 0,930 à 15° C. Ces formules doivent être légèrement corrigées pour tenir

compte des définitions légales actuelles des unités de mesure. Leur expression correcte est :

a) Pour 15° C.

$$\text{« Au litre » : } E_{L15} = 2.665,6 (D_{15} - 1) + 1,201 B_{L15} \quad (9)$$

$$\text{« Au kilo » : } E_{K15} = 2.668,0 \left(\frac{D_{15} - 1}{D_{15}} \right) + 1,201 B_{K15} \quad (9 \text{ bis})$$

b) Pour 20° C.

$$\text{« Au litre » : } E_{L20} = 2.661,9 (D_{20} - 1) + 1,212 B_{L20} \quad (10)$$

$$\text{« Au kilo » : } E_{K20} = 2.666,6 \left(\frac{D_{20} - 1}{D_{20}} \right) + 1,212 B_{K20} \quad (10 \text{ bis})$$

2° Si l'on prend pour densité relative de la matière grasse du lait les valeurs qui résultent de nos déterminations : 0,915 à 15° C. et 0,912 à 20° C., et si, en même temps l'on tient compte des définitions légales actuelles des unités de mesure, on aboutit à de nouvelles formules qui sont les suivantes :

a) Pour 15° C.

$$\text{« Au litre » : } E_{L15} = 2.665,6 (D_{15} - 1) + 1,248 B_{L15} \quad (6)$$

$$\text{« Au kilo » : } E_{K15} = 2.668,0 \left(\frac{D_{15} - 1}{D_{15}} \right) + 1,248 B_{K15} \quad (6 \text{ bis})$$

b) Pour 20° C.

$$\text{« Au litre » : } E_{L20} = 2.661,9 (D_{20} - 1) + 1,258 B_{L20} \quad (7)$$

$$\text{« Au kilo » : } E_{K20} = 2.666,6 \left(\frac{D_{20} - 1}{D_{20}} \right) + 1,258 B_{K20} \quad (7 \text{ bis})$$

3° Dans toutes ces formules, les lettres ont les significations suivantes :

E_{L15} (ou E_{L20}) : Extrait sec total en grammes au litre de lait considéré à la température de 15° C. (ou de 20° C.).

E_{K15} (ou E_{K20}) : Extrait sec total en grammes au kilogramme de lait considéré à la température de 15° C. (ou 20° C.).

B_{L15} (ou B_{L20}) : Teneur en matière grasse au litre de lait considéré à la température de 15° C. (ou 20° C.).

B_{K15} (ou B_{K20}) : Teneur en matière grasse au kilogramme de lait considéré à la température de 15° C. (ou 20° C.).

D_{15} (ou D_{20}) : Densité relative du lait par rapport à l'eau, ces deux liquides étant considérés à la température de 15° C. (ou 20° C.).

4^o Les formules les plus correctes sont les formules (6), (6 *bis*) et (7) (7 *bis*) car ce sont celles qui se rapprochent le plus des extraits secs obtenus directement à température modérée (50° C.) sous vide sulfurique (1).

En revanche, avec la technique encore officiellement admise actuellement de détermination de l'extrait sec au bain-marie bouillant pendant sept heures, c'est le groupe des formules (9) (9 *bis*) et (10) (10 *bis*) qui donne les résultats se rapprochant le plus de l'extrait sec obtenu directement. Mais, dans ce cas, l'écart entre les résultats calculés et les résultats trouvés est plus grand que dans le cas précédent.

ASPECTS SCIENTIFIQUES DE LA FABRICATION CONTINUE DU BEURRE (2) (*fin*)

par

N. KING

Section des Recherches laitières. Organisation de Recherches scientifiques et industrielles du Commonwealth, Melbourne (Australie)

L'inversion de phase et sa théorie

L'importance de la structure physique est démontrée clairement par les trois formes de l'émulsion de la matière grasse du lait pendant l'exécution du procédé Alfa ; c'est-à-dire la seconde crème, le beurre Alfa immédiatement à la sortie du transmutateur et le beurre Alfa après un certain repos. Ces produits sont de composition chimique identique ; mais nettement différents au point de vue de leurs propriétés physico-chimiques.

Les phénomènes suivants se produisent dans les cylindres du transmutateur :

1^o Refroidissement de la crème concentrée à une température convenable pour l'inversion de phase, et

2^o Inversion de phase.

Si la température de la crème concentrée est abaissée au-dessous d'environ 12 à 18°, et si la crème est soumise à un traitement mécanique, a lieu une inversion de phase. A l'encontre de ce qui se passe dans le barattage ordinaire, cette inversion de phase, dans le procédé Alfa, a lieu dans la masse de la crème, phénomène qui n'est pas dissemblable de la coagulation du lait par la présure. Si le produit

(1) *Loc. cit.*

(2) *Dairy Science Abstracts*, 1952, **14**, 226 (traduction C. Wolf).